COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 OCTOBRE 1888,

PRÉSIDÉE PAR M. DAUBRÉE.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *De la claudication par douleur.* Note de M. **Marey**.

« La claudication peut avoir des causes très variées : le raccourcissement d'un membre, la raideur d'une articulation, la faiblesse d'un muscle ou d'un groupe de muscles, etc., sont des causes mécaniques de claudication. MM. Quénu et Demeny ont entrepris, depuis quelque temps, à la Station physiologique, des études basées sur l'emploi de la Photo-chronographie et destinées à déterminer les caractères objectifs de ces différentes manières de boiter. Ces recherches, dont les premiers résultats ont été soumis à l'Académie, se poursuivent sur un grand nombre de sujets atteints de lésions diverses.

» Mais il est une autre cause qui fait boiter, c'est quand l'appui du pied sur le sol est douloureux. La claudication est alors volontaire; elle a pour but d'atténuer la souffrance en diminuant la pression du pied sur le sol.

» L'homme qui souffre d'un pied peut, en surmontant la douleur par un effort de volonté, cesser un moment de boiter, mais sa claudication reparaît bien vite ; elle s'exagère même à mesure qu'il s'étudie à trouver une manière de marcher qui le fasse souffrir le moins possible.

» Sur les chevaux, on voit des boiteries de ce genre cesser un instant sous l'action d'un coup de fouet ou par une émotion soudaine de l'animal.

» Si l'on observe avec quelque attention la boiterie par douleur, on voit qu'elle consiste en un abaissement subit du corps au moment où le pied douloureux repose sur le sol ; le corps se relève ensuite énergiquement pendant l'appui du membre sain. Or la descente du corps pendant l'appui du pied sur le sol diminue la force de cet appui et par conséquent la douleur qui l'accompagne.

» C'est à tort qu'on a pu dire que, du moment où un seul pied repose sur le sol, ce pied porte nécessairement tout le poids du corps et rien que ce poids. Cela serait vrai si le corps restait immobile ; mais, comme dans la marche la jambe à l'appui se ploie et s'étend tour à tour, le centre de gravité du corps exécute des mouvements de descente et de remontée qui s'accompagnent de diminution et d'accroissement alternatifs de la pression du pied sur le sol. Du reste, chacun peut sur soi-même se rendre compte des effets mécaniques de la claudication.

» Et d'abord, pour rendre douloureux l'appui d'un pied sur le sol, il suffit de placer dans sa chaussure un corps étranger dur et anguleux ; au bout de quelques instants de marche, on sera dans l'état voulu. On constatera alors facilement que, dans la marche à pas égaux, la douleur est très vive, mais que si, au moment de l'appui du pied endolori, on laisse fléchir brusquement la jambe correspondante et le corps s'abaisser, la douleur sera plus faible. Pendant cet appui incomplet, le pied non douloureux va rapidement prendre sa position nouvelle et, d'une poussée vigoureuse, relève à son niveau normal le corps qui s'était laissé tomber un instant.

» Au point de vue des lois mécaniques qui régissent la pression du pied sur le sol, il y a lieu de considérer trois cas, dans lesquels cette pression est tantôt égale au poids du corps, tantôt supérieure, tantôt inférieure à ce poids.

» 1° Si le centre de gravité du corps est immobile ou animé d'un mouvement uniforme d'élévation ou d'abaissement, la pression sur le sol est précisément égale au poids du corps.

» 2° Si le centre de gravité s'élève d'un mouvement accéléré, c'est que l'appareil musculaire fait plus que soutenir le poids du corps, mais déve-

loppe un surcroît d'effort qui se transmet au sol et qui a pour mesure l'accélération même imprimée à la masse du corps.

» 3° Si le centre de gravité du corps s'abaisse d'un mouvement accéléré, le poids du corps ne se transmet pas tout entier au pied à l'appui, car une partie de la pesanteur travaille à produire l'accélération descendante de la masse du corps. Cette force, qui ne se transmet pas au sol, représente une partie du poids du corps d'autant plus grande, que l'accélération descendante est plus grande et s'approche davantage de la valeur de g, ou $9^{m},80$ par seconde.

» Ces conséquences nécessaires de la théorie se vérifient par l'expérience lorsqu'on a recours à l'emploi simultané de la Photo-chronographie pour saisir les phases de l'accélération verticale du centre de gravité, et du dynamomètre inscripteur pour mesurer la valeur de la pression sur le sol à chaque phase du mouvement.

» On voit, en comparant les deux courbes concurremment obtenues, que plus l'appui du pied douloureux s'accompagne d'un brusque abaissement du corps, plus est courte et peu élevée la courbe qui exprime l'intensité d'appui du pied.

» Mais, dès que le pied non douloureux vient à l'appui, il rachète l'abaissement passager qui venait de se produire, en imprimant au corps une ascension qui rétablit le niveau moyen suivant lequel la masse du corps se transporte. Cette ascension s'accuse sur le tracé du dynamomètre par une courbe élevée et d'une durée beaucoup plus grande que celle qui correspond à l'appui du pied douloureux. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Des mouvements de la natation de l'anguille, étudiés par la Photo-chronographie*. Note de M. Marey.

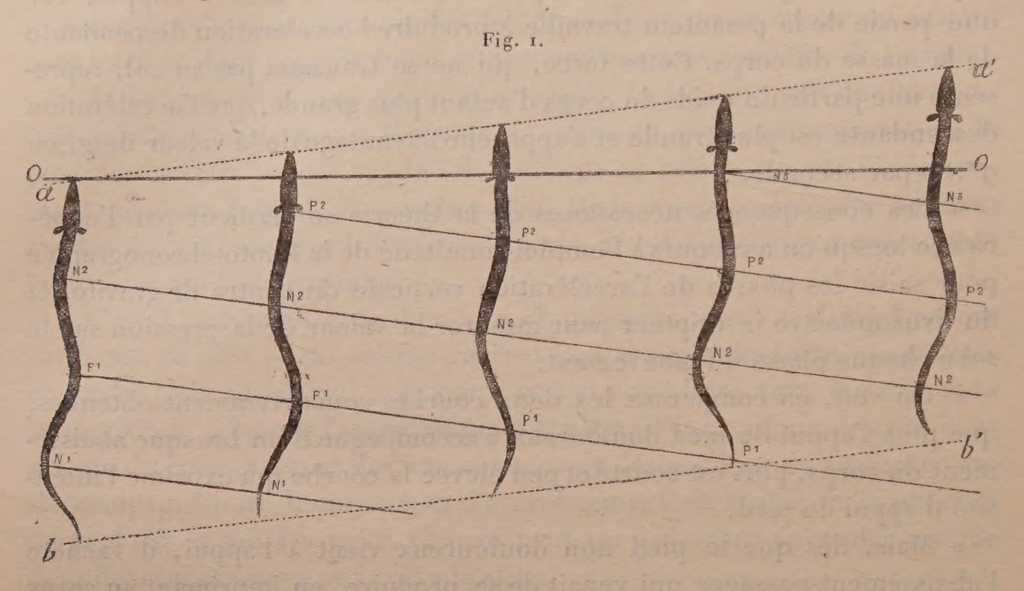
« Dans la dernière séance, j'ai indiqué une modification de la Photo-chronographie qui permet de recueillir les silhouettes successives d'un poisson se détachant sur le champ clair d'un aquarium éclairé par-dessous. M. Corblin et moi, nous avons opéré sur différentes sortes de poissons et en particulier sur l'anguille qui nous a donné les résultats suivants.

» Quand on juxtapose les images successivement recueillies à des intervalles de $\frac{1}{10}$ de seconde, on constate (*fig.* 1) que l'anguille a notablement progressé et que les courbures de son corps ont changé entre deux images successives. On peut suivre, de la tête à la queue de l'animal, le transport

d'ondes qui semblent se mouvoir avec assez d'uniformité. Pour mesurer exactement la vitesse de translation de l'anguille et celle de ses ondes, nous avons tracé quelques lignes sur la figure.

» Deux lignes droites ponctuées *aa'* et *bb'* joignant l'une les têtes,

Fig. 1.



l'autre les queues dans toutes les images, montrent, par leur parallélisme, que les deux extrémités de l'animal progressent uniformément.

» L'anguille avait $0^{m},30$ de longueur, ses inflexions la réduisaient à $0^{m},29$.

» Pour apprécier la vitesse de translation, on a tracé une droite OO qui, dans toutes les images, passerait par un même point du fond de l'aquarium et qui, par conséquent, exprime l'origine du mouvement.

» L'angle que la ligne *aa'*, joignant les têtes dans les images successives, fait avec la ligne OO permet d'apprécier la vitesse de progression : cette vitesse était de $0^{m},019$ en $\frac{1}{10}$ de seconde, soit $0^{m},19$ par seconde.

» Pour apprécier la vitesse de progression des ondes, on a dû construire d'autres lignes. Si l'on se reporte à la première image à gauche de la figure et que l'on suive le contour du côté droit de l'anguille, on y trouve une onde positive ou convexe P^1 entre deux ondes négatives ou concaves N^1 et N^2. Ces ondes, qui alternent de part et d'autre de l'axe du mouvement du poisson, sont parfaitement reconnaissables dans les images successives qui s'échelonnent en allant vers la droite de la figure; ces ondes s'évanouissent tour à tour en arrivant à l'extrémité de la queue.

» Or, si l'on joint par une ligne les positions qu'occupe le centre de l'onde positive P^1 dans la série des images, on voit que tous ces centres sont situés sur une même droite. Il en est de même si l'on réunit entre eux les centres des ondes négatives N^1 et N^2. Enfin les nouvelles ondes P^2 et N^3 qui se forment dans les images suivantes se comportent de même.

» Toutes les lignes ainsi tracées sont parallèles entre elles et séparées les unes des autres par un intervalle constant, qui était de $0^m,07$ pour une demi-onde, soit $0^m,14$ pour une onde entière.

» Enfin, si l'on cherche le temps qu'une onde a mis à parcourir sa propre longueur, on trouve, en se reportant à la ligne OO, qui représente l'origine du mouvement, que ce parcours exige pour s'effectuer deux tiers de seconde.

» De sorte que l'onde chemine d'avant en arrière avec une vitesse de $0^m,21$ par seconde, tandis que le poisson ne progresse dans le même temps que de $0^m,19$. Il y a là un effet assimilable au recul des hélices propulsives. »

M. le Secrétaire perpétuel communique à l'Académie une Lettre de M. *Janssen* lui annonçant qu'il vient de faire, dans le massif du mont Blanc, une ascension destinée à étudier les phénomènes d'absorption produits par l'oxygène de l'atmosphère terrestre. Malgré des difficultés considérables, il a pu atteindre la station des *Grands Mulets*, et y passer trois jours. Les observations ont été faites dans les meilleures conditions : M. Janssen se propose d'en communiquer les résultats à l'Académie, dès son retour.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. J. Ferran adresse, de Barcelone, une série de documents destinés à établir ses droits de priorité à la découverte des vaccins du choléra asiatique.

(Renvoi à la Commission du legs Bréant.)

M. Domingos Freire adresse, de Rio-de-Janeiro, une réclamation de priorité au sujet de la méthode d'atténuation du virus cholérique due à M. Gamaleïa.

(Renvoi à la Commission du legs Bréant.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, le tome V du « Traité de Physique mathématique de M. *E. Mathieu* : Théorie de l'Électrodynamique ». (Présenté par M. Resal.)

ASTRONOMIE. — *Éléments et éphéméride de la comète Barnard.* Note de M. E. Viennet, présentée par M. Mouchez.

« Cette comète, pour laquelle nous donnons les éléments, a été découverte par M. Barnard le 2 septembre 1888 à l'observatoire Lick [mont Hamilton (Californie)]. Deux jours après, M. Brooks, de l'observatoire de Geneva (États-Unis), faisait la même découverte.

» Les observations qui nous ont servi à calculer les éléments ci-après ont été faites le 5 et le 18 septembre et le 1er octobre, la première à Besançon, les deux autres à Hambourg.

Passage au périhélie ...... T = 1889, janvier 31,65837.

Longitude du périhélie	$\pi = 337°.\ 7'.58'',0$	Équinoxe moyen de 1888.
Longitude du nœud.......	$\Omega = 357.\ 8.58,6$	
Inclinaison	$i = 166.22.46,7$	
log. distance périhélique...	$q = 0,260946$	

Représentation du lieu milieu .... $\cos\beta\, d\lambda = +11'',2$, $\quad d\beta = +1'',1$.

» Au moyen des éléments ci-dessus, nous avons calculé l'éphéméride suivante, 12h temps moyen de Paris :

1888.	Æ. (h m)	D. (° ′)	log Δ.
Oct. 28	5.40.19	+3.49,5	0,1519
30	5.32.24	+3.18,3	
Nov. 1	5.23.51	+2.45,4	0,1236
3	5.14.34	+2.10,9	
5	5. 4.47	+1.34,7	0,0972
7	4.54.13	+0.56,9	
9	4.42.58	+0.17,8	0,0741
11	4.31. 5	−0.22,3	
13	4.18.36	−1. 3,1	0,0557
15	4. 5.37	−1.44,1	
17	3.52.13	−2.24,6	0,0437

1888.	Æ.	Ⓓ.	log Δ.
	h m s	° ′	
Nov. 19	3.38.32	— 3. 4,2	
21	3.24.41	— 3.42,3	0,0390
23	3.10.49	— 4.18,3	
25	2.57. 5	— 4.51,7	0,0421
27	2.43.36	— 5.22,1	
29	2.30.29	— 5.49,3	0,0526

ASTRONOMIE. — *Sur quelques erreurs affectant les observations de passages.* Note de M. Gonnessiat, présentée par M. Lœwy.

« La formation du Catalogue d'étoiles fondamentales dont je suis chargé à l'observatoire de Lyon m'a amené à étudier séparément quelques-unes des causes d'erreurs entachant les observations méridiennes. Aujourd'hui, j'examinerai l'influence, sur les observations de passages, de la grandeur des étoiles d'une part, de leur position d'autre part. Les observations sont faites par la méthode de l'œil et de l'oreille, avec un grossissement de 130 fois. L'instrument méridien a $0^m,13$ d'ouverture.

» I. *Influence de la grandeur.* — Les grandeurs apparentes sont réduites à l'aide de réseaux de toile métallique interposés au devant de l'objectif : un réseau simple, n° 1, abaisse de 2,5 unités l'ordre de grandeur; un réseau double, n° 2, le diminue de 4,5, et un réseau triple, n° 3, de 6,5 environ. Pour étudier l'influence de la grandeur, on observait l'étoile dans une moitié du champ avec un réseau et dans l'autre moitié avec l'objectif libre, en général à huit fils de chaque côté. Cette influence se manifeste à la fois sur l'équation personnelle et sur la précision des observations.

» 1° *Équation personnelle.* — Le Tableau suivant fait connaître la différence systématique Δ entre les temps de passage avec ou sans réseau, dans le sens réseau-ouverture libre; on y donne en outre la déclinaison moyenne, la grandeur normale et le nombre de déterminations.

	Limites en déclinaison.	Réseau 1. δ.	Gr.	N.	Δ.	Réseau 2. δ.	Gr.	N.	Δ.	Réseau 3. δ.	Gr.	N.	Δ.
Jour..	—30 à +30	+8°	1,2	5	+0,020	+10°	1,0	10	+0,036	»	»	»	»
Nuit..	—30 à +30	±14	4,2	30	+0,030	±14	3,0	55	+0,039	+9°	1,3	3	+0,007
Nuit..	+30 à +50	+41	4,4	8	+0,061	+35	3,0	15	+0,048	+41	1,2	10	+0,121
Nuit..	+50 à +70	+63	4,0	12	+0,017	+60	2,5	11	+0,080	»	»	»	»

» L'erreur moyenne d'une seule détermination de Δ est comprise entre $\pm 0^s,04$ et $\pm 0^s,05$.

» Il est bien indiqué par ce Tableau que le passage d'une étoile réduite est noté systématiquement plus tard que celui de la même étoile non réduite. Les différences sont d'autant plus fortes que la grandeur est plus diminuée. La lumière du jour, en atténuant les grandeurs, doit avoir une influence analogue à celle des réseaux la nuit. Il faut voir là, sans doute, la cause principale des variations apparentes que des observations faites à différentes heures du jour et de la nuit montrent entre les distances horaires de deux étoiles fixes.

» Pendant le jour, la réduction de grandeur des plus grosses étoiles exerce aussi son influence, comme on en peut juger plus haut. Il faut noter que le réseau diminue l'éclairement du champ, en sorte qu'une étoile de première grandeur réduite par le réseau 2 reste aussi facilement observable le jour qu'une étoile de 3e,5 grandeur.

» 2° *Précision des observations.* — Désignant par ε l'erreur moyenne accidentelle d'une observation à un fil, je donnerai pour chaque réseau, et pour l'ensemble des étoiles comprises entre $-30°$ et $+50°$, la valeur moyenne de $\varepsilon \cos \delta$ avec objectif libre (L) ou avec réseau (R), ainsi que le rapport P des carrés des erreurs, qui mesure la précision relative.

	$\varepsilon \cos \delta$			Grandeur	
Réseau.	L.	R.	P.	normale.	réduite.
	s	s			
1........	±0,067	±0,061	1,20	4,2	6,7
2........	074	062	1,43	3,0	7,5
3........	072	053	1,87	1,2	7,7

» Ces résultats paraissent probants : l'emploi des réseaux accroît la précision des observations dans une proportion d'autant plus forte que l'étoile vue librement est plus grosse.

» Relativement aux circompolaires, je ne possède encore que trois soirées d'observations sur α Petite Ourse, observée avec le réseau 2. Chaque série (avec ou sans réseau) comprend 40 passages.

	ε				
Dates.	L.	R.	P.	Δ.	Qualité des images.
Oct. 12...	±0,89	±0,60	2,2	+0,05	Très bonnes.
15...	95	91	1,1	+0,72	Agitées et un peu diffuses.
18...	86	75	1,3	+0,19	Assez bonnes.

» Ici encore la précision est accrue, et dans une proportion qui paraît dépendre de la plus ou moins grande netteté des images ; de même, la différence systématique est positive.

» II. *Variation de l'erreur accidentelle avec la position de l'étoile.* — Afin d'éliminer autant que possible l'influence de la grandeur, on emploie les réseaux de façon à ramener les grandeurs apparentes à être comprises entre 5,5 et 8,0. Le Tableau suivant donne les différentes valeurs de ε, ainsi que celles de ε cos δ, erreur absolue mesurée sur un arc de grand cercle :

Limites en déclinaison.	Déclinaison moyenne.	Distance zénithale.	Séc δ.	ε.	ε cos δ.		Nombre d'observ. à 10 fils.
°	°	°		s	s		
— 31 à — 18....	—25,2	70,9	1,11	0,074	0,067		59
— 18 à + 18....	0,0	45,7	1,00	064	064		50
+ 18 à + 38....	27,3	18,4	1,13	069	061		56
+ 38 à + 50....	43,4	2,3	1,38	078	057		58
+ 50 à + 60....	55,6	9,9	1,77	083	047		54
+ 60 à + 70....	66,1	20,4	2,46	105	043	042	35
+ 60 à + 70 PI.	64,6	69,7	2,33	091	039		37
+ 70 à + 80....	75,6	29,9	4,02	121	030	033	40
+ 70 à + 80 PI.	75,2	59,1	3,92	0,135	0,035		47

» Comme l'a déjà remarqué M. Rayet, l'erreur ne s'accroît que faiblement jusqu'à 50°. On peut conclure de là qu'il y aurait avantage à étendre jusqu'à cette limite la zone des étoiles employées à la détermination des corrections de pendules, de façon à mieux éliminer les erreurs de flexion. L'erreur absolue diminue lorsque la déclinaison augmente et à 75° n'est que moitié de celle de l'équateur. Comme à Bordeaux, la distance zénithale, au-dessous de 70°, paraît être sans influence : le petit écart trouvé au sud n'est pas confirmé au nord.

» Quant aux circompolaires, la recherche des erreurs accidentelles est basée sur une longue série d'observations faites de 1885 à 1887 dans une zone de 5° autour du pôle. Les étoiles étaient en grande majorité comprises entre la 8e,5 à la 9e,2 grandeur. Il s'agit d'observations courantes, faites en général avec un peu de précipitation ; aussi il ne serait peut-être pas rigoureux de considérer les résultats qui suivent comme faisant suite au Tableau donné plus haut.

Limites en déclinaison.	Déclinaison moyenne.	séc δ.	ε.	ε cos δ.	N. d'obs. à 10 fils.
	°		s	s	
ε Petite-Ourse (grandeur réduite).	82,23	7,4	0,28	0,038	50
84°,8 à 85°,5....................	85,22	12,0	0,37	031	100
87,2 à 87,5....................	87,35	21,7	0,55	026	50
88,1 à 88,3....................	88,22	32,1	0,68	021	50
88,5 à 88,7....................	88,63	41,9	0,78	019	50
88,8 à 89,0....................	88,89	51,5	1,12	022	50
89,2 à 89,6....................	89,47	108,0	2,40	0,022	50

» A ne considérer que l'erreur absolue, on voit qu'elle décroît rapidement jusqu'à 2° environ du pôle, pour devenir ensuite sensiblement constante. Dans la détermination des constantes instrumentales, il faut donc employer de préférence les étoiles les plus voisines du pôle.

» Ces recherches seront poursuivies sous la haute direction de M. André, directeur de l'observatoire, qui a d'ailleurs inspiré et guidé le présent travail. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Images réfléchies sur la nappe sphéroïdale des eaux du lac Léman.* Note de M. **F.-A. Forel**, présentée par M. Faye. (Extrait.)

« La Note de M. Riccò, présentée à l'Académie dans la séance du 8 octobre (*Comptes rendus,* t. CVIII, p. 590) montre la déformation de l'image du Soleil réfléchie par le miroir sphéroïdal de la surface de la mer. Je puis confirmer, par mes observations sur le Léman, l'interprétation du savant astronome de Palerme.

» C'est M. Ch. Dufour, de Morges, qui, le premier, a donné la démonstration théorique de la probabilité de telles déformations (Soc. Vaud. Sc. nat., séance du 4 avril 1874; *Bull.*, t. XIII, p. 303).

» Depuis lors nous avons eu fréquemment, aussi bien M. Ch. Dufour que moi-même, l'occasion de voir sur le lac l'image ainsi réduite d'objets fortement éclairés, situés à une faible hauteur au-dessus de l'horizon. Une telle réflexion n'a lieu que lorsque la nappe des eaux est assez calme pour former miroir continu.

» La seule erreur possible serait une confusion avec des faits de mirage dans le cas de réfractions anormales. Mais nos études sur ces derniers phénomènes nous ont assez bien fait connaître toutes les possibilités du mirage, pour que nous soyons assurés de distinguer avec certitude les deux indices d'apparitions; et cela d'autant mieux que, sur une nappe d'eau aussi bien limitée que notre lac, les conditions thermiques et hygrométriques sont assez simples pour que nous puissions, dans chaque circonstance, prévoir d'avance quel type de mirage nous devons avoir devant nous. Les images de réflexion ainsi déformées ne sont nettes et précises qu'en l'absence de toute espèce de mirage.

Les croquis que je vous envoie avec cette Note vous donneront une idée

de l'apparence de ces images sur le lac Léman. Ils représentent quelques maisons de la côte opposée, ou quelques barques naviguant en plein lac; l'image réfléchie est tellement déprimée qu'elle est presque méconnaissable. Le fait est que ces images de réflexion sont fort difficiles à reconnaître, même pour un observateur prévenu, s'il n'est pas bien habitué à l'étude des choses du lac. Ces dessins, dont je puis garantir la fidélité générale, vous montrent, de même que les figures de M. Riccò, au-dessous de l'image réelle non altérée, une image réfléchie, déprimée, réduite à peu près au tiers, comme les calculs de M. Ch. Dufour l'avaient fait prévoir.

» Cette démonstration nouvelle de la rotondité de la Terre n'est donc pas seulement théorique : elle est appuyée sur l'observation directe du phénomène. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction de la différentielle elliptique à la forme normale.* Note de M. **T.-J. Stieltjes**, présentée par M. Darboux.

« **1.** On effectue ordinairement la réduction de la différentielle

$$\frac{dx}{\sqrt{X}},\qquad X = a_0x^4 + 4a_1x^3 + 6a_2x^2 + 4a_3x + a_4,$$

à la forme normale

$$\frac{dy}{\sqrt{4y^3 - Sy - T}}$$

(où S et T sont les invariants de X), soit en établissant entre x et y une équation doublement quadratique, soit à l'aide d'une substitution linéaire $x = \frac{\alpha y + \beta}{\gamma y + \delta}$.

» On peut présenter cette réduction sous la forme suivante :

» *L'intégrale générale de l'équation différentielle*

$$(1)\qquad \frac{dx}{\sqrt{X}} = \pm\frac{dy}{\sqrt{4y^3 - Sy - T}}$$

est

$$(a)\qquad \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2} & x & 0 & \frac{1}{2}y & -xy \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & c \\ x & 0 & 0 & -2 & c & 0 \\ 0 & 0 & -2 & a_0 & a_1 & a_2 \\ \frac{1}{2}y & -\frac{1}{2} & c & a_1 & a_2 & a_3 \\ -xy & c & 0 & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0,$$

c étant la constante arbitraire.

» On pourra donner à c une valeur quelconque; en prenant $c = 0$ ou $c = \infty$, on obtient des formules assez simples.

» Pour $y = \infty$, les deux valeurs de x fournies par la relation (a) se confondent en une seule $x = c$, ce qui fait connaître la signification de la constante arbitraire.

» 2. Mais cette formule (a) donne aussi les substitutions linéaires. En effet, si l'on détermine c par l'équation biquadratique

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & c \\ 0 & 0 & -2 & c & 0 \\ 0 & -2 & a_0 & a_1 & a_2 \\ -\frac{1}{2} & c & a_1 & a_2 & a_3 \\ c & 0 & a_2 & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_0 c^4 + 4a_1 c^3 + 6a_2 c^2 + 4a_3 c + a_4 = 0,$$

le premier membre de (a) est un carré parfait, et la relation entre x et y se réduit à

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ x & 0 & 0 & -2 & c \\ 0 & 0 & -2 & a_0 & a_1 \\ \frac{1}{2}y & -\frac{1}{2} & c & a_1 & a_2 \\ -xy & c & 0 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = 0.$$

» On obtient ainsi les quatre substitutions linéaires correspondant aux quatre valeurs de c.

» 3. D'après une remarque due à M. Cayley, on peut déduire l'intégrale générale de l'équation (1) de celle de l'équation d'Euler. On obtient

ainsi

$$(b)\qquad \begin{vmatrix} 0 & 1 & -\frac{c+x}{2} & cx \\ 1 & a_0 & a_1 & a_2-2y \\ -\frac{c+x}{2} & a_1 & a_2+y & a_3 \\ cx & a_2-xy & a_3 & a_4 \end{vmatrix} = 0.$$

» Des transformations faciles permettent de constater directement que les déterminants qui figurent dans les formules (a) et (b) sont égaux au signe près. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces de singularités des systèmes de courbes construits avec un élément donné.* Note de M. E. COSSERAT, présentée par M. Darboux.

« On connaît tout l'intérêt qui s'attache à adjoindre à l'étude d'un complexe de droites celle de sa surface de singularités; on peut également associer à chacun des systèmes de courbes construits avec un élément donné une surface de singularités.

» Adoptons comme élément une courbe dépendant de $(n+1)$ paramètres $u_1, u_2, \ldots, u_{n+1}$, et dont nous prendrons les équations sous la forme

$$(1)\qquad x = f(z, u_1, u_2, \ldots, u_{n+1}) = f(z \mid u), \qquad y = \varphi(z \mid u).$$

» Soient $S_n, S_{n-1}, \ldots, S_1, S_0$ les systèmes de courbes que l'on peut former avec cet élément, l'indice indiquant l'indétermination du système, et considérons le système S_{n-k+1} défini par les k relations

$$(2)\qquad \theta_1(u_1, u_2, \ldots, u_{n+1}) = 0, \qquad \ldots, \qquad \theta_k(u_1, u_2, \ldots, u_{n+1}) = 0$$

entre les paramètres $u_1, u_2, \ldots, u_{n+1}$.

» Appelons *courbes singulières* celles qui vérifient les relations

$$(3)\qquad \frac{\mu_1 \frac{\partial\theta_1}{\partial u_1} + \mu_2 \frac{\partial\theta_2}{\partial u_1} + \ldots + \mu_k \frac{\partial\theta_k}{\partial u_1}}{\frac{\partial f}{\partial u_1} + \lambda \frac{\partial\varphi}{\partial u_1}} = \ldots = \frac{\mu_1 \frac{\partial\theta_1}{\partial u_{n+1}} + \mu_2 \frac{\partial\theta_2}{\partial u_{n+1}} + \ldots + \mu_k \frac{\partial\theta_k}{\partial u_{n+1}}}{\frac{\partial f}{\partial u_{n+1}} + \lambda \frac{\partial\varphi}{\partial u_{n+1}}}.$$

» Toutes les courbes des systèmes S_0, S_1, S_2 sont des courbes singulières; si k est inférieur à $(n-1)$, les courbes singulières vérifient les

$(n-k-1)$ équations

$$(4)\quad \mathfrak{M}_1\left(u\left|\frac{\partial\theta_1}{\partial u}, \frac{\partial\theta_2}{\partial u}, \ldots, \frac{\partial\theta_k}{\partial u}\right.\right) = 0, \quad \ldots, \quad \mathfrak{M}_{n-k-1}\left(u\left|\frac{\partial\theta_1}{\partial u}, \frac{\partial\theta_2}{\partial u}, \ldots, \frac{\partial\theta_k}{\partial u}\right.\right) = 0,$$

que l'on obtient en éliminant $z, \lambda, \mu_1, \ldots, \mu_k$ entre les équations (3).

» Si l'on élimine $\lambda, \mu_1, \ldots, \mu_k, u_1, \ldots, u_{n+1}$ entre les équations (1), (2), (3), on obtient généralement une seule équation $S(x, y, z) = 0$; la surface représentée par cette équation est la *surface de singularités* de S_{n-k+1}; dans le cas des systèmes S_2 et S_1, on obtient respectivement la surface focale de la congruence S_2 et la surface sur laquelle sont réparties les courbes de S_1.

» Si k est inférieur à $(n-1)$, les courbes singulières forment une congruence et sont tangentes à la surface de singularités qui est une des nappes de la surface focale de la congruence.

» Supposons que les équations (4) soient vérifiées par toutes les courbes du système; on a le théorème suivant :

» *Si les fonctions* $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_k$ *vérifient les équations* (4), *soit identiquement, soit en vertu des équations* (2), *les courbes du système* S_{n-k+1} *défini par ces dernières équations sont tangentes à une surface ou rencontrent une courbe.*

» Dans le cas où $k = 1$, on retrouve le théorème de M. Kœnigs.

» Les surfaces de singularités jouissent d'une propriété géométrique qui peut leur servir de définition; considérons, par exemple, le système S_3 ou complexe de courbes; on a la proposition suivante :

» *Les courbes du complexe passant par un point* P *de l'espace forment une surface à point conique* $\sum$; *le lieu du point* P *tel que l'une des courbes soit une ligne double de* $\sum$ *est la surface de singularités; la courbe qui forme la ligne double est une courbe singulière.*

» Cette proposition s'étend à tous les systèmes; il suffit de généraliser les notions bien connues relatives aux droites doubles des complexes et congruences de droites.

» Les surfaces de singularités des différents systèmes présentent entre elles une liaison remarquable qui est indiquée par les théorèmes suivants :

» *La surface de singularités d'un système* S_a *contenu dans le système* S_{a+1} *est circonscrite à la surface de singularités de* S_{a+1}.

» *La surface de singularités d'un système* S_a *contenu dans le système* S_{a+2} *est tangente en un nombre limité de points à la surface de singularités de* S_{a+2}.

» Si l'on suppose que l'élément considéré soit la droite, on retrouve les propositions connues de la théorie des systèmes de droites.

» Ces théorèmes peuvent être très utiles dans la recherche des surfaces de singularités; nous le montrerons en considérant les systèmes linéaires de cercles.

» Soit le système A_5 général défini par l'équation $\sum a_{ik}p_{ik} = 0$; α, β, γ, δ, ε étant les cinq premiers nombres écrits dans l'ordre de permutation naturelle 1, 2, 3, 4, 5 à partir de l'un d'eux, posons

$$\Omega_\alpha(a) = a_{\beta\gamma}a_{\delta\varepsilon} + a_{\beta\delta}a_{\varepsilon\gamma} + a_{\beta\varepsilon}a_{\gamma\delta},$$

il y a cinq quantités $\Omega_\alpha(a)$ formées avec les coefficients a_{ik}, assujettis à la relation $a_{ik} = -a_{ki}$; la surface de singularités du système A_5 est la sphère qui a pour équation $\sum_1^5 \Omega_i(a)x_i = 0$, dans le système de coordonnées pentasphériques auquel est rapporté le système A_5; c'est la sphère centrale K qui, par son association avec un complexe linéaire de droites, permet de définir le système A_5.

» Si l'on considère un système A_5 satisfaisant aux conditions renfermées dans l'énoncé du théorème de M. Kœnigs, tous les cercles de ce système rencontrent une droite isotrope.

» Un système A_4 est défini par deux équations $\sum a_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum b_{ik}p_{ik} = 0$; la surface de singularités s'obtient en égalant à zéro le discriminant de la forme quadratique $\sum_1^5 \Omega_i(\alpha a + \beta b)x_i$ des deux variables α, β : c'est une cyclide.

» Un système A_3 est défini par trois équations $\sum a_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum b_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum c_{ik}p_{ik} = 0$; la surface de singularités s'obtient en annulant le discriminant de la forme quadratique $\sum_1^5 \Omega_i(\alpha a + \beta b + \gamma c)x_i$ des trois variables α, β, γ; c'est une surface du sixième degré admettant le cercle imaginaire de l'infini comme ligne triple.

» La surface focale de la congruence linéaire définie par les quatre équations $\sum a_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum b_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum c_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum d_{ik}p_{ik} = 0$ s'obtient en

annulant le discriminant de la forme quadratique $\sum_1^5 \Omega_i(\alpha a + \beta b + \gamma c + d\delta)x_i$ des quatre variables α, β, γ, δ; c'est une surface du huitième degré admettant le cercle imaginaire de l'infini comme ligne quadruple.

» Les cercles du système A_1 défini par les cinq équations $\sum a_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum b_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum c_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum d_{ik}p_{ik} = 0$, $\sum e_{ik}p_{ik} = 0$ sont répartis sur une surface du dixième degré, dont on obtient l'équation en annulant le discriminant de la forme quadratique $\sum_1^5 \Omega_i(\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e)x_i$ des cinq variables α, β, δ, γ, ε. Ils coupent une sphère quelconque suivant des doubles-points dont les droites appartiennent à un complexe linéaire; les axes de ces cercles appartiennent également à un complexe linéaire. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'intersection de deux courbes algébriques en un point singulier.* Note de M. **G.-B. Guccia**, présentée par M. Halphen.

« Plusieurs géomètres se sont occupés, depuis longtemps, de la recherche du nombre I des intersections de deux courbes $\varphi = 0$, $\psi = 0$, confondues en un point singulier P. L'on doit, en dernier lieu, à MM. Cayley et Halphen d'avoir fait connaître des solutions générales de ce problème très délicat. Si je m'occupe de la même question, c'est que mes récentes recherches sur les points singuliers m'ont conduit, incidemment, à une nouvelle expression générale du nombre I, laquelle, à cause de son extrême simplicité et des nombreuses et faciles applications qu'elle peut fournir, ne me semble pas dépourvue d'intérêt.

» Désignons par $[\sigma]$ et $[\tau]$ les singularités, bien déterminées, que les courbes $\varphi = 0$, $\psi = 0$ (des degrés m et n) possèdent respectivement au point P. La courbe φ, par exemple, qui, par hypothèse, n'est astreinte à aucune autre condition en dehors du point P, appartient, en général, à un système linéaire $[\varphi] \equiv \lambda_1\varphi_1 + \lambda_2\varphi_2 + \ldots = 0$, dont la courbe mobile est douée en P de la singularité $[\sigma]$, et, de plus, est telle qu'aux environs de ce point elle remplace identiquement la courbe φ dans la manière dont celle-ci se comporte vis-à-vis de la courbe ψ. Soit donc $\varphi_r = 0$ une autre courbe de ce système. De même : soit $\psi_s = 0$ une autre courbe du système linéaire $[\psi] \equiv \mu_1\psi_1 + \mu_2\psi_2 + \ldots = 0$, analogue au précédent. *Sous ces*

hypothèses, j'appellerai singularité composée $[\sigma + \tau]$ *celle, bien déterminée, dont toute courbe* $(\chi) \equiv \varphi\psi_s + \lambda\psi\varphi_r = 0$ *est douée au point* P (¹).

» Soient E_σ, E_τ, $E_{\sigma+\tau}$ les *abaissements du genre* d'une courbe algébrique produits par les singularités $[\sigma]$, $[\tau]$, $[\sigma + \tau]$.

» Appliquons au plan Π du faisceau (χ) une suite de transformations quadratiques birationnelles ou, ce qui revient au même, une transformation Cremona, telle que, dans le plan transformé Π', les courbes φ, φ_r, ψ, ψ_s soient représentées respectivement par des courbes φ', φ'_r, ψ', ψ'_s ne possédant que des points multiples *ordinaires*, et telles que *dans chaque point commun à deux quelconques de ces courbes les tangentes de l'une soient distinctes des tangentes de l'autre* (²).

» Puisque les courbes φ, φ_r sont du même degré m et possèdent la même singularité, $[\sigma]$, il s'ensuit que : 1° les courbes φ', φ'_r seront du même degré μ ; 2° si l'une d'elles passe α fois par un point h du plan Π', l'autre passera aussi α fois par ce point. Il en est de même des courbes ψ', ψ'_s. Ainsi donc le faisceau $(\chi) \equiv \varphi\psi_s + \lambda\psi\varphi_r = 0$, de degré $m + n$, sera transformé dans le faisceau $(\chi') \equiv \varphi'\psi'_s + \lambda\psi'\varphi'_r = 0$, de degré $\mu + \nu$, qui possédera : 1° des points-bases *simples*, correspondant aux points-bases de (χ), qui sont à distance finie du point P (savoir, les intersections, en dehors de P, des courbes φ, ψ ; φ, φ_r; ψ, ψ_s; φ_r, φ_s); 2° des points-bases *multiples*

(¹) Posons, d'après Painvin (*Bull. des Sciences mathém.*, 1re série, t. V, p. 139),

$$\varphi \equiv x^a \varphi_{p-a} + x^b \varphi_{p-b+1} + x^c \varphi_{p-c+2} + \ldots = 0,$$
$$\psi \equiv x^\alpha \psi_{q-\alpha} + x^\beta \psi_{q-\beta+1} + x^\gamma \psi_{q-\gamma+2} + \ldots = 0,$$

où φ_i, ψ_i désignent des fonctions homogènes en x, y, du degré i. Il peut arriver que, par la nature des singularités $[\sigma]$, $[\tau]$ et des rapports mutuels des branches des deux courbes aux environs de l'origine, les coefficients des polynômes φ_i (par exemple) soient particularisés de manière à n'admettre, parmi eux, aucune *arbitraire*. Dans ce cas, il est évident qu'on peut toujours substituer à la courbe $\varphi = 0$ une autre courbe $\varphi^{(1)} = 0$, de degré plus élevé, douée de la singularité $[\sigma]$ et telle qu'aux environs de l'origine elle remplace identiquement la courbe φ dans la manière dont celle-ci se comporte vis-à-vis de la courbe ψ. La courbe $\varphi^{(1)} = 0$ admettra, au moins, une arbitraire, et l'on pourra alors construire le faisceau (χ), qui détermine la singularité $[\sigma + \tau]$. Ainsi, puisque les nombres E_σ, E_τ, $E_{\sigma+\tau}$ sont indépendants du degré des courbes, notre démonstration, dans ce cas, n'en sera pas moins exacte.

(²) La possibilité d'une pareille démonstration découle de la théorie de *résolution* du point singulier, d'après M. Nœther. *Voir*, pour plus de détails, un récent Mémoire de M. Bertini (*Rend. del R. Ist. Lombardo*, 2e série, t. XXI, p. 331), où la proposition dont je fais usage est nettement énoncée et rigoureusement démontrée.

ordinaires (en particulier points simples) à *tangentes mobiles*, $h_1, h_2, \ldots$, par lesquels la courbe φ' (ou φ'_r) passe respectivement $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ fois; la courbe ψ' (ou ψ'_s), $\beta_1, \beta_2, \ldots$ fois, et la courbe mobile χ' du faisceau (χ'), $\alpha_1 + \beta_1$, $\alpha_2 + \beta_2$, ... fois (¹).

» On trouve alors, pour les genres p_μ, p_ν, $p_{\mu+\nu}$, des courbes φ', ψ', χ', et pour le nombre d des intersections, des courbes φ', ψ en dehors des points-bases h du faisceau (χ'), les expressions suivantes :

$$2p_\mu = (\mu - 1)(\mu - 2) - \sum_i \alpha_i(\alpha_i - 1), \qquad 2p_\nu = (\nu - 1)(\nu - 2) - \sum_i \beta_i(\beta_i - 1),$$

$$2p_{\mu+\nu} = (\mu + \nu - 1)(\mu + \nu - 2) - \sum_i (\alpha_i + \beta_i)(\alpha_i + \beta_i - 1), \qquad d = \mu\nu - \sum_i \alpha_i\beta_i;$$

d'où la relation

$$d + p_\mu + p_\nu - p_{\mu+\nu} = 1.$$

» Si l'on remplace maintenant les nombres invariants $d, p_\mu, p_\nu, p_{\mu+\nu}$ par leurs expressions équivalentes dans le plan II, on a

$$mn - I + \tfrac{1}{2}(m-1)(m-2) - E_\sigma + \tfrac{1}{2}(n-1)(n-2) E_\tau$$
$$- [\tfrac{1}{2}(m+n-1)(m+n-2) - E_{\sigma+\nu}] = 1,$$

d'où

$$I = E_{\sigma+\tau} - E_\sigma - E_\tau.$$

» On peut donc énoncer la proposition suivante :

» Théorème. — *Le nombre des intersections de deux courbes algébriques, réunies en un point* P, *où elles ont des singularités* $[\sigma]$ *et* $[\tau]$, *est égal à l'abaissement du genre produit par la singularité composée* $[\sigma + \tau]$, *bien déterminée, qui en dérive, diminué de la somme des abaissements du genre produits par les singularités* $[\sigma]$ *et* $[\tau]$. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la combinaison de l'aldéhyde benzoïque avec les alcools polyatomiques.* Note de M. **Maquenne**, présentée par M. Troost.

« Dans ma dernière Note sur la valence de la perséite, j'ai décrit, sous le nom d'*acétal dibenzoïque de la perséite*, un composé nouveau qui est ana-

---

(¹) Il est bien entendu que plusieurs des nombres α et β peuvent être zéro.

logue à celui que M. Meunier a obtenu avec la mannite et l'aldéhyde benzoïque (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 1425 et 1732).

» Si, dans leur préparation, on opère en présence d'alcool absolu, il est nécessaire, ainsi que l'a reconnu M. Meunier, d'ajouter à l'alcool une petite quantité de chlorure de zinc pour déterminer la dissolution de la mannite. Lorsque, au contraire, on fait usage d'alcool à 85° ou 90°, l'emploi du chlorure de zinc devient inutile, et l'acide chlorhydrique suffit parfaitement pour effectuer la combinaison : c'est par cette dernière méthode, plus simple que la précédente, que le dérivé benzoïque de la perséite a été obtenu.

» M. Friedel ayant fait observer que le corps décrit par M. Meunier constitue vraisemblablement un *acétal*, dans lequel le reste C^6H^5-CH joue le même rôle que l'éthylidène dans l'acétal ordinaire (*Communication inédite à la Société chimique de Paris*), la combinaison benzoïque de la perséite doit elle-même être considérée comme un acétal : d'ailleurs, elle ressemble en tout à l'acétal benzoïque de la mannite; comme lui, elle résiste à l'action de la potasse et se décompose au contact des acides étendus et bouillants.

» Dans les acétals dérivés d'un alcool polyvalent, chaque molécule d'aldéhyde sature nécessairement deux fonctions alcooliques. Si le nombre de celles-ci est impair, l'aldéhyde en laissera toujours au moins une libre, d'où il résulte que la composition élémentaire de ces acétals est assez différente, lorsqu'on passe d'un alcool polyatomique quelconque à son homologue voisin, pour que l'analyse puisse les distinguer immédiatement. Il y a donc là *un moyen nouveau de reconnaître si un alcool est d'atomicité paire ou impaire.* »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide hypophosphoreux sur l'aldéhyde benzoïque; formation d'un acide dioxyphosphinique.* Note de M. **J. Ville**, présentée par M. Friedel.

« M. W. Fossek (*Monatshefte für Chem.*, t. V, p. 627) a obtenu des produits cristallisés acides, répondant à la formule générale

$$R-CH, OH-PO(OH)^2,$$

et qu'il a désignés sous le nom d'*acides oxyphosphiniques.*

» On n'a pas signalé jusqu'à ce jour l'existence d'acides dioxyphosphiniques. J'ai pu obtenir un composé appartenant à cette nouvelle classe

d'acides, en faisant agir l'acide hypophosphoreux sur l'aldéhyde benzoïque.

» C'est un corps blanc, cristallisé en lamelles radiées, que l'on purifie en précipitant sa solution potassique par un excès d'acide chlorhydrique. Très peu soluble dans l'eau, le chloroforme et la benzine, il se dissout assez facilement dans l'alcool et dans l'éther; son meilleur dissolvant est l'alcool méthylique. Ce corps est sans action réductrice sur le sulfate de cuivre et l'azotate d'argent ammoniacal, il donne avec les bases des sels bien cristallisés. Soumis à l'action de la chaleur, il commence à fondre vers 165° en un liquide légèrement jaunâtre, qui par refroidissement se prend en une masse résinoïde; il renferme du phosphore, car, si l'on chauffe plus fortement, il donne un abondant dégagement d'hydrogène phosphoré et laisse un charbon volumineux. Chauffé, pendant plusieurs heures, en tube scellé vers 130°, avec de l'acide sulfurique étendu, ce corps se décompose avec formation d'aldéhyde benzoïque et d'acide phosphorique. L'aldéhyde qui s'écoule en gouttelettes huileuses le long des parois peut être recueillie en quantité notable, si l'on recourbe la partie supérieure du tube; le liquide qui reste dans le tube renferme de l'acide phosphorique.

» Ce composé a donné à l'analyse les chiffres suivants, en centièmes :

	I.	II.	III.	IV.	Calculé pour $(C^6H^5\text{-}CH, OH)^2PO, OH$.
Ph	11,17	11,48	»	»	11,151
C	»	»	59,95	60,11	60,431
H	»	»	5,90	5,77	5,396
O	»	»	»	»	23,022

» Ce corps est un acide monobasique, comme l'indique son *sel d'argent* que l'on prépare en précipitant sa solution potassique par l'azotate d'argent. Le précipité blanc, cristallin, ainsi obtenu est insoluble dans l'eau et dans l'acide azotique, mais très soluble dans l'ammoniaque; il noircit à la lumière. L'analyse de ce sel d'argent a fourni en centièmes :

	I.	II.	Calculé pour $(C^6H^5\text{-}CH, OH)^2PO, OAg$.
Ag	27,94	27,70	28,051
Ph	8,25	8,09	8,052

» L'*éther éthylique* de cet acide se produit en faisant digérer au bain-marie le sel d'argent avec un excès d'iodure d'éthyle. Il est à peine soluble dans l'eau, peu soluble dans l'éther ordinaire et dans le chloroforme; l'alcool le dissout très bien, et par évaporation il l'abandonne en prismes brillants radiés. La potasse le saponifie lentement à froid; l'addition d'un excès d'acide chlorhydrique au produit saponifié met en liberté l'acide dioxyphosphinique cristallisé. Quand on fait réagir la potasse à chaud, la réaction est plus complexe; on observe la formation de gouttelettes huileuses d'aldéhyde benzoïque, et la liqueur renferme de l'acide phosphorique.

» L'analyse de ce composé a donné, en centièmes :

	I.	II.	III.	IV.	Calculé pour $(C^6H^5-CH.OH)^2PO.OC^2H^5$.
C......	62,16	62,54	»	»	62,745
H......	6,48	6,52	»	»	6,209
Ph.....	»	»	9,99	10,24	10,131
O......	»	»	»	»	20,915

» Cet acide renferme deux oxhydryles alcooliques. Cette double fonction alcoolique est indiquée par l'existence d'un *éther diacétyl-éthylique*, préparé en faisant digérer au bain-marie l'éther éthylique avec un excès de chlorure d'acétyle. On obtient une masse visqueuse, transparente, qui au contact de l'éther ordinaire se prend assez rapidement en un produit cristallisé, soluble dans l'alcool et dans l'éther; l'évaporation spontanée de la solution éthérée donne un produit cristallisé, d'un blanc très pur. La potasse le saponifie lentement à froid; le produit saponifié, traité par un excès d'acide chlorhydrique, abandonne l'acide dioxyphosphinique en groupes cristallisés; la liqueur filtrée et neutralisée donne les réactions des acétates. Si l'on fait agir la potasse à chaud, cet éther est décomposé avec mise en liberté d'aldéhyde benzoïque; on constate dans la liqueur la présence de phosphate et d'acétate.

» Ce composé a donné pour sa composition, en centièmes :

	I.	II.	III.	IV.	Calculé pour $(C^6H^5-CH.OC^2H^3O)^2PO.OC^2H^5$.
C......	61,31	61,19	»	»	61,539
H......	6,13	6,00	»	»	5,897
Ph.....	»	»	8,05	8,15	7,949
O......	»	»	»	»	24,615

» En résumé, les faits qui précèdent montrent que l'acide hypophosphoreux s'unit à l'aldéhyde benzoïque pour donner un *acide triatomique monobasique*, un *acide dioxyphosphinique* dont la constitution doit être exprimée par la formule

$$\begin{array}{c} C^6H^5-CH.OH \\ | \\ PO.OH \\ | \\ C^6H^5-CH.OH \end{array}.$$

» On peut le désigner sous le nom d'*acide dioxybenzylène-phosphinique*.

» Je poursuis cette étude sur d'autres aldéhydes. Je me propose également d'étudier l'action de l'acide phosphoreux sur les aldéhydes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'hypobromite de soude sur quelques dérivés azotés aromatiques et réaction différentielle entre les acides hippurique et benzoïque.* Note de M. G. **Denigès**, présentée par M. Berthelot.

« Si l'on fait bouillir pendant quelques instants un peu d'hypobromite de soude chargé d'un excès d'alcali, comme la solution qui sert dans les laboratoires au dosage de l'urée, avec une petite quantité d'acide hippurique ou d'hippurate, il se dégage quelques bulles gazeuses et il se produit un trouble jaune rougeâtre qui va en augmentant. Le précipité qui se dépose par refroidissement est un dérivé bromé, se présentant sous l'aspect d'une poudre rouge kermès.

» L'acide benzoïque ne donne rien dans les mêmes conditions.

» Quant au glycocolle, il décolore l'hypobromite avec dégagement de gaz azote.

» Nous avons essayé l'action de l'hypobromite de soude sur un grand nombre de produits azotés de la série aromatique et sommes arrivé aux résultats suivants :

» *Benzamide et benzonitrile.* — Rien à froid; à l'ébullition, précipité rouge kermès.

» *Aniline.* — La solution aqueuse, même très étendue, donne un précipité orangé par l'hypobromite. La réaction est presque aussi sensible que celle de l'hypochlorite de chaux.

» *Méthylaniline et diméthylaniline.* — Précipité jaune un peu verdâtre à froid, virant vers le rouge à l'ébullition.

» *Toluidine.* — Mêmes résultats que pour l'aniline. Le précipité est plus brun.

» *Anilides.* — Rien à froid. A l'ébullition, précipité rougeâtre. Il se dégage en même temps une odeur de cyanure de méthyle.

» *Chlorhydrate de métaphénylène diamine; acide diamidobenzoïque; toluylène diamine.* — Précipité rouge marron à froid et à chaud.

» *Ferrocyanures, ferricyanures, nitroprussiates.* — A l'ébullition, précipité rouge d'hydrate ferrique.

» *Pyridine.* — Rien.

» *Quinoléine.* — Elle ne précipite en rouge orangé que lorsqu'elle renferme de l'aniline, ce qui est fréquent. »

BOTANIQUE. — *Sur l'hermaphrodisme du* Lychnis dioica *atteint d'*Ustilago. Note de M. **Ant. Magnin**, présentée par M. Duchartre. (Extrait.)

« On sait que les fleurs du *Lychnis dioica* L. (*L. vespertina* Sibthp.) sont ordinairement unisexuées, bien que Linné lui-même y eût déjà constaté la possibilité de l'hermaphrodisme ([1]); d'autre part, M. Crié a appelé l'attention ([2]) sur le polymorphisme floral de cette plante, mais sans faire mention des fleurs hermaphrodites; je rappellerai enfin que les anthères sont assez souvent envahies par l'*Ustilago antherarum* Tul.

» J'ai constaté que, sur de très nombreuses plantes de *Lychnis dioica*, aucune fleur saine n'était hermaphrodite, tandis que les fleurs atteintes d'*Ustilago* portaient, pour la plupart, des étamines et un ovaire plus ou moins développé.

» J'ai observé, en effet, l'*Ustilago antherarum* dans les anthères de deux sortes de fleurs du *L. dioica* : 1° chez des fleurs mâles du type normal, caractérisées par un calice fusiforme presque cylindrique et à dix nervures, par la longueur de l'entre-nœud qui s'étend de l'origine du calice à la naissance des pétales, par l'absence absolue d'ovaire, que remplace un court filament axile; 2° chez des fleurs ayant, outre les étamines, un ovaire avec ovules bien conformés, ces fleurs étant elles-mêmes constituées d'après les divers types suivants : les unes ont un entre-nœud sépalopétalaire aussi long que dans les fleurs mâles saines, mais possèdent, de plus, un ovaire rudimentaire à la place du filament axile signalé plus haut; chez d'autres, cet entre-nœud est aussi court que chez les fleurs femelles et l'ovaire bien développé ne diffère de celui de ces fleurs que par son extrémité supérieure, de forme un peu différente, et par les cinq styles presque avortés qui le surmontent. Tous les intermédiaires existent entre ces deux types extrêmes de fleurs hermaphrodites, mais leur ovaire renferme toujours des ovules bien conformés, tandis que les styles sont toujours atrophiés et réduits à cinq filaments longs de 2^{mm} à 6^{mm} seulement, atténués à leur extrémité.

» La seule observation que je connaisse d'un fait analogue est due à

([1]) *Hort. Cliff.*, p. 170; 1737, et surtout *Fl. suec.*, 2e édition, 1755; *Sp. Plant.*, 2e édition, 1762.

([2]) *Comptes rendus*, t. XCIX, p. 942; 1884.

Tulasne ([1]). Mais Tulasne n'a observé qu'un cas de cette singulière disposition, et j'en ai trouvé près d'une centaine, sur un millier de plantes de *Lychnis* examinées, dans les environs de Lyon, au cours de cet automne ([2]).

» Ces pieds hermaphrodites, dont les anthères sont envahies par les spores de l'*Ustilago*, ont le port, les caractères de végétation, le calice à vingt nervures des plantes femelles; les seules différences consistent dans la forme de ce calice, qui est plus renflé dans sa partie moyenne, la présence des étamines et les variations qu'on observe, tant dans la longueur de l'entre-nœud sépalopétalaire que dans l'atrophie de l'ovaire et des styles.

» Mes observations sur plus de 1000 exemplaires m'ont prouvé que : 1° toutes les fleurs mâles dépourvues d'*Ustilago* sont construites sur le type normal, c'est-à-dire avec long entre-nœud sépalopétalaire et sans trace d'ovaire; 2° toutes les fleurs femelles ont cet entre-nœud court, l'ovaire et les styles bien développés, et ne présentent jamais trace d'étamines ([3]); 3° seules les fleurs atteintes d'*Ustilago* peuvent avoir, outre les étamines, un ovaire plus ou moins développé, avec styles toujours atrophiés, le tout porté par un entre-nœud sépalopétalaire de longueur variable.

» Cette constance dans l'organisation des diverses sortes de fleurs ne peut s'expliquer que par une des deux hypothèses suivantes : ou toutes les plantes à fleurs hermaphrodites sont destinées à être envahies par l'*Ustilago*, ou bien la présence du parasite détermine dans la plante nourricière une activité physiologique spéciale, analogue à celle qui produit ces déformations si fréquentes dans les organes atteints par les Ustilaginées, et aboutissant, chez le *Lychnis dioica*, au développement des étamines dans les fleurs femelles, qui ne sont unisexuées que par avortement. On trouve la confirmation de cette dernière hypothèse dans les observations de Spallanzani, Bernardi, K. Müller, etc. (citées par Hoffmann dans le *Botan.*

([1]) *Annales des Sciences naturelles,* 1847, *Botanique*, p. 26. — Je dois ajouter que plusieurs botanistes ont signalé l'existence de fleurs hermaphrodites, *tachées de poussière brune*, mais sans rapporter ce fait à sa cause véritable, la présence d'un *Ustilago;* voy. Linné, *Hort. Cliff.*, p. 170, n° 3; Cariot, *Étude des fleurs,* 6e édition, t. II, p. 105, etc.

([2]) J'ai trouvé, en général, une proportion de 10 pour 100 de pieds d'*Ustilago,* la plupart ayant les fleurs hermaphrodites.

([3]) Je n'ai trouvé qu'un seul cas de fleur femelle à styles avortés.

Zeitung, 1885, col. 165, 169), qui ont montré que le changement du sexe de la fleur (apparition de fleurs mâles sur une plante femelle, transformation des fleurs femelles en fleurs mâles, etc.) peut être provoqué par une mutilation (*Cannabis*) ou par une modification dans la quantité de nourriture (*Zea*); je rappelle encore l'observation récente de M. Roze ([1]), qui a vu des ovaires atteints d'*Ustilago Caricis* se développer anormalement dans l'épi mâle du *Carex præcox*. Quoi qu'il en soit, l'apparition des deux organes sexuels se fait de bonne heure, comme l'apprend l'examen de très jeunes boutons.

» Un autre fait intéressant et qui n'a pas été signalé par Tulasne, c'est que ces fleurs de *Lychnis*, d'apparence hermaphrodite, le sont réellement, malgré l'atrophie des styles et l'absence complète des papilles stigmatiques, si développées sur les styles des fleurs femelles ; ces fleurs sont, en effet, souvent fécondées (par pollinisation croisée), ainsi que je l'ai constaté sur des plants envahis par l'*Ustilago* et qui portaient néanmoins des capsules mûres contenant des graines paraissant bien constituées, mais moins nombreuses que dans les capsules des fleurs femelles, et entremêlées d'ovules avortés.

» En résumé, le parasite du *Lychnis dioica* produit des effets différents suivant le sexe de la plante : chez les pieds mâles, il ne cause qu'une légère déformation des anthères et le remplacement du pollen par les spores de l'*Ustilago;* chez les pieds femelles, il provoque dans la fleur l'apparition des étamines, seul organe où il puisse développer ses corps reproducteurs. »

MINÉRALOGIE. — *Pétrographie de l'Hérault. Les porphyrites de Gabian.* Note de MM. P. de Rouville et Auguste Delage, présentée par M. Fouqué.

« Depuis longtemps déjà, l'un de nous avait constaté, dans les environs de Gabian, l'existence d'un grand dyke éruptif, dirigé est-nord à ouest-sud et dont les affleurements constituent une série d'îlots au milieu des terrains paléozoïques de la région. En attendant la publication des résultats complets de nos récentes observations sur ce dyke, en voici le résumé :

» Le dyke est constitué par deux porphyrites très différentes, tant au

([1]) *Bulletin de la Société botanique de France*, 25 mai 1888.

point de vue de leur développement qu'à celui de leur composition et de leur âge.

A. — La première, qui est de beaucoup la plus importante, puisque, à l'origine, elle formait à elle seule le dyke tout entier, est une porphyrite andésitique à mica noir, composée comme il suit :

» I. Apatite, zircon, fer oxydulé, oligoclase, mica noir, accessoirement orthose.

» II. Fer oxydulé, oligoclase, orthose rare, matière amorphe.

» III. Chlorite, calcite, damourite, quartz.

» Pas de pyroxène, ni d'amphibole.

» Cette composition peut être considérée comme étant celle de la roche franche, que l'on rencontre partout, d'un bout à l'autre du dyke. Mais il s'en faut qu'elle soit constante, et l'étude microscopique des nombreux échantillons que nous avons recueillis nous a montré que le vrai caractère de la roche consiste surtout dans son manque d'homogénéité, lequel résulte non seulement de transformations ultérieures, mais aussi du brassage insuffisant du magma fluide primitif. Ainsi, tel minéral essentiel, qui abonde sur certains points, devient plus loin très rare ou fait totalement défaut; et ce qui est vrai pour les minéraux essentiels l'est aussi pour les minéraux accessoires, et plus encore pour les minéraux épigénisants du troisième temps de consolidation; si bien qu'un observateur non prévenu, qui n'aurait pas recueilli lui-même les échantillons sur place, se croirait en présence, non pas d'une porphyrite à composition variable, mais d'une série de porphyrites, les unes andésitiques vraies, les autres passant à l'orthophyrite, les autres dépourvues de bisilicates ferrugineux, etc.

» L'âge de cette porphyrite a pu être déterminé d'une façon précise. La roche a traversé, sans les modifier, les terrains silurien, dévonien et carbonifère; elle a ensuite pénétré dans le bassin houiller, qu'elle n'a pas totalement traversé, mais qu'elle a métamorphisé assez profondément. Enfin, elle a fourni une partie des éléments qui, à l'état de cailloux roulés, entrent dans la composition des conglomérats et poudingues par lesquels débute, dans le voisinage, le terrain permien. La roche est donc d'âge houiller.

» B. — La seconde porphyrite du dyke est une porphyrite labradorique à pyroxène, donnant au microscope la composition suivante :

» I. Grands cristaux du premier temps, entièrement épigénisés et indéterminables.

» II. Labrador en microlithes bien développés et très nets, magnétite, augite très chloritisé.

» III. Calcite, chlorite, damourite, quartz, produits ferrugineux.

» Nous n'avons jusqu'ici rencontré cette roche que dans un seul des îlots d'affleurement du dyke, où elle est sortie au milieu même de la porphyrite andésitique qu'elle a en partie écrasée en la refoulant. Nulle part elle n'est en contact direct avec les terrains sédimentaires adjacents. On ne peut donc, en ce qui concerne son âge, rien affirmer, sinon qu'elle est postérieure à la porphyrite andésitique. Toutefois, une action métamorphique, une sorte de cuisson, qu'on peut lui attribuer, parce qu'elle est absolument locale, et qui s'est exercée, dans le voisinage, sur des calcaires faisant partie de la base du permien, prouverait que la porphyrite labradorique est également postérieure à la partie inférieure de ce terrain. »

MINÉRALOGIE. — *Sur les filons de quartz de Charbonnières-les-Varennes (Puy-de-Dôme).* Note de M. **Ferdinand Gonnard**, présentée par M. Fouqué. (Extrait.)

« Les environs de Charbonnières-les-Varennes sont sillonnés de nombreux et puissants filons de quartz, dont les crêtes émergent, sur divers points, du terrain primitif. Ces filons sont remarquables à plus d'un titre; je ne les considérerai ici qu'au point de vue minéralogique.

» Je dois tout d'abord citer une espèce minérale intéressante qu'ils renferment : la chalcolite. J'ai reconnu l'existence de ce phosphate d'uranium et de cuivre sur des échantillons de quartz recueillis par un minéralogiste de Clermont, M. Nicaise, et provenant d'un filon situé à 200^m à peine du hameau de Douriaux, au nord et à 2^{km} environ de Charbonnières. La chalcolite de Douriaux se présente en nombreuses lamelles carrées, de 1^{mm} au plus de côté, d'un vert émeraude plus ou moins foncé suivant leur épaisseur. Elles sont assez abondamment distribuées dans les fissures d'un quartz rubéfié par places, et parfois aussi dans les géodes, où elles sont associées à de la sidérose en petits rhomboèdres maclés, complètement limonitisés. La chalcolite semble donc être ici le résultat d'un apport ultérieur. Nous avons, M. Nicaise et moi, retrouvé récemment à Douriaux cette belle espèce minérale, nouvelle pour le département du Puy-de-Dôme.

» En dehors de la chalcolite, dont la présence au sein de ces masses quartzeuses peut être un indice de l'existence de l'étain dans la région, les filons de Charbonnières renferment de nombreuses pseudomorphoses.

» Les plus remarquables d'entre elles affectent la forme de gros rhom-

boèdres allongés suivant un axe binaire, et ayant vraisemblablement appartenu à la calcite. Le primitif p est modifié par un rhomboèdre direct de notation $e^{\frac{7}{2}}$; j'ai trouvé, en effet, que l'angle des deux faces du primitif et de l'autre rhomboèdre, qui se coupent suivant une diagonale horizontale, est d'environ 153°40′, nombre très voisin de 153°17′, valeur calculée pour l'angle de p et de $e^{\frac{7}{2}}$. C'est une combinaison de formes qui se retrouve identiquement sur certains cristaux de calcite de Traversella. Les angles latéraux portent encore les facettes d'un autre rhomboèdre; mais elles sont trop petites et trop rugueuses pour qu'il m'ait été possible de mesurer, même approximativement, l'angle qu'elles font avec $e^{\frac{7}{2}}$. Les faces de ces rhomboèdres sont striées parallèlement aux diagonales horizontales, ainsi qu'aux arêtes en zigzag. Ce qui ajoute encore à l'intérêt qu'offrent ces belles pseudomorphoses, c'est qu'elles sont encapuchonnées sur d'assez vastes surfaces, et se déboîtent aisément, grâce à l'interposition d'une faible couche d'argile ferrugineuse. On reconnaît ainsi, dans cette combinaison de pseudomorphoses d'enveloppe et de remplissage, les quatre actes génétiques suivants : 1° formation des cristaux originaires de calcite, dont la présence peut paraître surprenante dans ces terrains granitiques, mais dont cependant les environs de Clermont nous offrent d'autres exemples, ainsi que je me propose de l'indiquer ultérieurement; 2° revêtement de ces cristaux par la matière siliceuse; 3° disparition complète de ceux-ci; 4° enfin remplissage des moules par la matière siliceuse, accompagnée d'argile en suspension dans le véhicule qui la ramenait.

» Outre ces formes qui semblent prédominantes, et que leur magnifique développement signale spécialement à l'attention du minéralogiste, on observe également dans les mêmes filons d'autres formes, telles que des scalénoèdres métastatiques, imprimés parfois avec une très grande netteté dans la masse quartzeuse compacte, ou bien encore sous l'aspect de cristaux enveloppe, à parois épaisses, et dont la surface est chagrinée par l'agglomération d'une multitude de petits cristaux de quartz, dont les axes paraissent perpendiculaires aux faces des scalénoèdres.

» Une autre particularité intéressante des filons de Charbonnières est l'existence, au sein de leurs masses, de belles druses de quartz noir. Quand on examine l'une des pyramides, qui en sont la seule partie visible nettement cristallisée, et qu'on en suit le prolongement, on reconnaît, sur cet élément de la druse, depuis l'extrémité engagée de celui-ci

jusqu'au sommet de la pyramide, une succession de zones plus ou moins nombreuses, alternativement blanches et enfumées ; et, dans ces arrêts et ces reprises successives de l'acte de cristallisation, ce sont toujours les zones noires qui paraissent formées les dernières ; ce qui se conçoit d'ailleurs, la substance bitumineuse qui constitue la matière colorante des pointes ayant dû flotter, en raison de sa faible pesanteur spécifique, à la surface des eaux siliceuses venues de la profondeur. L'accumulation des matières bitumineuses à l'extérieur des surfaces drusiques successivement formées en permet même le déboîtement ; il suffit, en effet, de chauffer fortement les échantillons ; le bitume brûle et disparaît ; le quartz blanchit, et l'on obtient des cristaux encapuchonnés artificiellement.

» Ces apports de bitume, dans les filons de Charbonnières, ne sont pas, au reste, une exception purement locale ; ils se rattachent à un phénomène d'ensemble. A une certaine distance de ce village, en effet, et sur le parcours même du chemin de fer de Clermont-Ferrand à Tulle, A. Julien a, en 1877 (voir *Comptes rendus*, p. 717), constaté l'existence de veines bitumineuses dans le granit des tranchées faites pour l'établissement de la voie. Ces deux faits se corroborent, et constituent, pour l'Auvergne du moins, des preuves décisives en faveur de la théorie qui attribue au bitume une origine exclusivement minérale. »

La séance est levée à 4 heures un quart. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 22 octobre 1888.

Théorie de l'Électrodynamique; par M. Émile Mathieu. Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Resal.)

Bibliothèque de l'École des Hautes Études publiée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. — Section des Sciences naturelles; t. XXXV (deuxième Partie). Paris, G. Masson, 1888; 1 vol. gr. in-8°. (Deux exemplaires.)

Smithsonian miscellaneous collections; volume XXXII-XXXIII. Washington, 1888; 2 vol. gr. in-8°.

Journal of the royal geological Society of Irland; vol. XVII, Part II; vol. VII, Part II (new series), 1885-87. Edinburgh, Williams and Norgate, 1887; br. in-8°.

The Edinburgh Review or critical Journal; n° 344, october 1888. London, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

The culmination of the science of logic; by John C. Smith. Published by Herbert C. Smith, Brooklyn, N. Y.